ORSAY
Série A :
n° d'ordre 1111

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS XI
CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Ruben ALDROVANDI

LA COALESCENCE DANS LE MODELE D'UNIVERS SYMETRIQUE

Soutenue le 27 Avril 1973 devant la Commission d'Examen

MM. B. JANCOVICI — Président

M. FROISSART)
R. OMNES) — Examinateurs
E. SCHATZMAN)

ORSAY
Série A :
N° d'ordre 1111

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS XI
CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Ruben ALDROVANDI

LA COALESCENCE DANS LE MODELE D'UNIVERS SYMETRIQUE

Soutenue le 27 Avril 1973 devant la Commission d'Examen

MM. B. JANCOVICI	Président
M. FROISSART R. OMNES E. SCHATZMAN	Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

REMERCIEMENTS

Je tiens ici à témoigner ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur Roland Omnès pour m'avoir orienté et encouragé au cours des dernières années. Je ne saurais assez le remercier de son assistance, ainsi que de m'avoir fait connaître mon camarade Serge Caser, avec lequel j'ai collaboré pendant la meilleure partie de mon séjour à Orsay.

Je remercie Monsieur le Professeur Bernard Jancovici de m'avoir accueilli au Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies. Que le personnel de ce laboratoire trouve ici l'expression de toute ma gratitude.

Je dois à la Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo le soutien continuel qui m'a permis de réaliser ce travail et à l'Instituto de Fisica Teorica de São Paulo, en la personne de Monsieur le Professeur Paulo L. Ferreira, un appui et une compréhension sans défaillance.

Je tiens enfin à manifester à Monsieur le Professeur Roberto A. Salmeron ma reconnaissance pour la sollicitude qu'il a toujours montrée à mon égard.

AVERTISSEMENT

Les pages qui suivent constituent le résumé d'une thèse soutenue sur les articles suivants :

I. "Nucleon-Antinucleon Elastic Scattering with Inelastic Effects : S-Wave Phase Shifts", en collaboration avec S. Caser (Nuclear Physics B 39 (1972) 306).

II. "The Matter-Antimatter Phase Transition : a Derivation of the Critical Temperature", en collaboration avec S. Caser (Nuclear Physics, B 38 (1972) 593).

III. "Matter-Antimatter Cosmology : the Radiative Period", en collaboration avec S. Caser, R. Omnès et J. L. Puget (soumis à Astronomy and Astrophysics).

Parmi les sujets traités dans ces articles, cette thèse porte plus spécialement sur l'étude des mouvements de coalescence engendrés par l'annihilation pendant la période radiative d'un Univers symétrique.

TABLE DES MATIERES

I -	Introduction	p. 1
II -	Premières secondes	p. 5
III -	Etude microscopique de la couche d'annihilation	p. 8
IV -	Cinétique	p. 10
V -	Hydrodynamique	p. 13
VI -	Phénomènes de surface	p. 16
VII -	Coalescence	p. 18
VIII -	Conclusion	p. 20

I - INTRODUCTION

La Cosmologie connaît depuis quelques années un nouvel essor. Grâce aux nouvelles ressources techniques, des découvertes d'une grande importance ont eu lieu et en plusieurs domaines les mesures ont atteint une précision assez grande pour qu'un début de phénoménologie devienne possible. Il existe un nombre croissant de données de l'observation d'origine cosmologique qui offrent des tests cruciaux pour les modèles d'univers.

Ainsi, par exemple, la découverte du rayonnement thermique universel à 3°K a écarté de façon probablement définitive le modèle de l'état stationnaire, qui demeurait auparavant soutenu par un bon nombre d'astrophysiciens, en dépit même des difficultés qu'il y avait à le concilier avec le reste de la Physique.

Les progrès de la dernière décennie ont rétabli la primauté de la Cosmologie Relativiste [1, 2], application aux grandes échelles d'une théorie valable (au moins approximativement) à l'échelle du système solaire. Parmi l'infinité des modèles admissibles dans le cadre de cette théorie, le décalage vers le rouge des spectres des objets lointains suggère fortement que l'Univers puisse être décrit par un membre de la famille des modèles de Friedmann. La remarquable isotropie des objets visibles et, surtout, du rayonnement du corps noir, détermine, à l'aide du Principe Cosmologique, la métrique de Robertson-Walker comme étant la plus simple description de l'espace-temps qui soit compatible avec les observations. L'image généralement admise aujourd'hui [2, 3] est celle d'un Univers homogène, en expansion (selon la loi de Hubble en première approximation), ouvert si l'on

ne tient compte que de la seule matière visible. Un tel Univers présente un stage initial à densité et température très élevées. Son évolution a été étudiée par Gamow et ses collaborateurs [4], qui l'ont supposé rempli dès le départ de matière et de radiation thermique, dans une proportion relative qui constitue un paramètre libre de la théorie. D'après celle-ci, l'histoire du Cosmos peut être divisée en ères caractérisées en général par le type des particules dans lesquelles la plupart de l'énergie se concentre. Après une phase initiale, $t < 10^{-6}$ sec, où les températures sont telles que $kT > 1$ Gev et au sujet de laquelle rien ne peut être dit à présent, quatre périodes se succèdent :

1) l'ère hadronique ($t < 10^{-4}$ sec, $kT > 100$ Mev) -où les hadrons dominent la composition du corps noir, bien que des leptons et des photons soient présents ;

2) l'ère leptonique ($t < 1$ sec, $kT > 1$ Mev) - où il y a surtout des électrons et des positrons dans le corps noir ;

3) l'ère radiative ($t < 10^{6}$ années, $T > 3000°K$) - il n'y a pratiquement que des photons ; ce n'est que vers la fin de cette période que la matière commence à dominer le bilandénergie ; tout à fait à la fin, elle se recombine et les photons se découplent, constituant le rayonnement universel observé (ils seront par la suite décalés jusqu'à 3 °K par l'expansion) ;

4) l'ère des condensations ($t > 10^{6}$ années) - la matière se concentre alors pour donner naissance aux galaxies, aux amas, etc...

Le grand succès du modèle de Gamow a été la prédiction de l'existence du rayonnement universel. Il permet aussi d'expliquer l'abondance de l'Hélium dans l'Univers mais sa théorie pour la formation des galaxies à partir de fluctuations de densité ne donne de bons résul-

tats que si la taille initiale des fluctuations est fixée ad hoc.

Un modèle présentant certains avantages par rapport à celui de Gamow a été proposé par Omnès [5, 6]. Il s'inscrit dans la classe des modèles symétriques [7, 8, 16], pour lesquels on suppose l'existence d'autant de matière que d'antimatière dans l'Univers. A partir de cette hypothèse de symétrie, inspirée des résultats de la Physique des particules élémentaires, ce modèle permet en principe de calculer le rapport entre les quantités de matière et de radiation, ainsi que toutes les autres grandeurs d'intérêt actuel en Cosmologie, sans aucun paramètre libre. Il propose une réponse à deux des questions fondamentales restées sans explication dans les modèles préexistants : l'origine des inhomogénéités dans le nombre baryonique [7, 8, 16] et le processus de leurs coalescence pour former des condensations de masse comparable à celles des galaxies.

De nombreux aspects astrophysiques de ce modèle sont encore à l'étude et il ne sera question à leur sujet que de considérations préliminaires. Par contre, les aspects les plus fondamentaux ont été assez élaborés et on en décrira les lignes générales.

Deux phénomènes sont à la base de cette théorie. Tout d'abord une séparation de phases baryonique et antibaryonique à partir du corps noir, aux températures prévalant pendant la période hadronique. A la fin de cette période, matière et antimatière se concentrent en des régions distinctes de l'espace. La température tombe au-dessous du seuil de séparation des phases et il y a alors une période de diffusion pendant laquelle une importante annihilation se produit, assez forte pour que le rapport matière/radiation approche déjà sa valeur actuelle. Cette annihilation engendre d'ailleurs une pression dont l'effet dynamique finit par dominer la diffusion.

Dans la période suivante, les résidus de matière restent séparés de ceux d'antimatière alors que l'annihilation a lieu dans les régions frontalières. C'est alors que se produit le second phénomène fondamental : l'annihilation crée un effet analogue à une tension de surface, qui engendre une coalescence des régions ayant des charges baryoniques de même signe. Ces régions croissent pendant cette période (qui va au-delà de la fin de l'ère radiative) jusqu'à acquérir des masses de l'ordre de celles des galaxies actuelles et possiblement même de celles des amas.

Il y a donc, dans le cadre de ce modèle, de nouvelles périodes à considérer, qui recoupent celles de Gamow :

1) l'ère de séparation, durant laquelle le corps noir se sépare partiellement en baryons et antibaryons concentrés en des régions différentes ($t < 10^{-5}$ sec, $kT > 350$ MeV, température critique de la transition de phase);

2) l'ère d'annihilation ($t < 1.600$ sec, 350 MeV $> kT >$ 25 keV, température à laquelle la pression d'annihilation devient efficace pour produire de la coalescence);

3) l'ère de coalescence (1.600 sec $< t < 10^6$ années, 25 keV $> kT > \frac{1}{3}$ eV, température à laquelle le libre parcours moyen des produits d'annihilation devient de l'ordre de la dimension des régions).

Tout cela est, bien sûr, très schématique. Les nombres donnés pour les époques de transition sont des ordres de grandeur, comme on verra par la suite.

Dans ce qui suit, nous donnerons un résumé très succint des phénomènes dynamiques qui se produisent pendant les deux premières périodes. La coalescence sera décrite un peu plus en détail. Un aperçu de quelques applications cosmologiques tiendra lieu de conclusion.

II - PREMIERES SECONDES

Le modèle d'Omnès appartient à la classe de ceux qui supposent la validité universelle des lois de la Physique "terrestre". La Cosmologie nécessitant, de par sa nature même, des extrapolations parfois hardies, mieux vaut les faire à partir de ce terrain sûr. Ainsi, de même que celui de Gamow, ce modèle considère la Relativité Générale comme exactement valable partout. Il suppose néanmoins que l'Univers à ses débuts ne contient que de la radiation, les structures matérielles observables à présent étant la conséquence des interactions entre ses constituants. Pour étudier ces interactions, il faut faire appel à la théorie des particules élémentaires et à la mécanique statistique (usuelle : il ne sera pas question ici de température limite).

L'hypothèse selon laquelle il n'existe que du rayonnement pendant la période initiale (ce qui implique un nombre baryonique total égal à zéro) se fonde sur un résultat très général de la théorie quantique des champs : à chaque particule correspond une anti-particule. Si l'Univers a un nombre baryonique nul, il peut parfaitement y avoir de la matière, pourvu qu'il y ait autant d'antimatière. Il faut pour cela que les deux espèces se soient séparées à un certain moment. Un mécanisme a été proposé par Omnès qui pourrait amener à cette transition de phase. Il se fonde sur la Physique des interactions fortes, qui dominent pendant la période hadronique.

Une des idées maîtresses de cette physique [9] est celle de "bootstrap" : la diffusion de deux ou plusieurs particules est déterminée par l'échange de tous les états virtuels possibles dans les voies croisées, y compris éventuellement ceux de mêmes nombres quantiques que la voie directe. Ainsi, la diffusion élastique d'un nucléon par un antinucléon se fait par l'échange de tous les mésons et états composés à nombre

baryonique zéro et deux. Les états de mêmes nombres quantiques que la paire intéragissante apparaissent comme des états intermédiaires de la voie directe. S'il s'agit d'un état à une particule, il apparaît comme un état lié.

Il est impossible d'aller ici au-delà de ces généralités. Une étude théorique détaillée de la diffusion nucléon-antinucléon a été faite [10], qui a confirmé la validité de ces idées. Pour l'onde S, des états liés ont été trouvés avec toutes les caractéristiques du méson π et du méson η. L'excitation de ces états indiquerait qu'un nucléon et un antinucléon n'ont de choix qu'entre rester éloignés l'un de l'autre ou former un état lié (ou un autre état possible). Ceci étant, dans un gaz contenant de ces particules, les baryons et les antibaryons tendent à se placer en des régions distinctes. Un test expérimental a été proposé par Caser et Omnès [11] pour vérifier l'existence des états liés.

Il y a deux arguments statistiques qui étayent fortement l'idée de l'existence d'une séparation de phase dans les conditions décrites ci-dessus. Le premier vient du résultat rigoureux de Ruelle [12] selon lequel un gaz composé de sphères dures de deux types qui s'excluent mutuellement présente toujours, pour des densités assez élevées, une transition du type considéré. Une sphère dure est évidemment une très mauvaise représentation du potentiel N-$\bar{N}$. C'est-à-dire qu'ici, si l'aspect statistique est bien traité, en ce qui concerne la Physique des particules l'approche est très schématique. Cependant, il n'est peut-être pas tout à fait déraisonnable de chercher à estimer l'ordre de grandeur de la température critique. Un calcul, effectué à l'aide du modèle de Widom- Rowlinson [13], donne $kT_c \approx 400$ MeV.

L'autre argument est complémentaire du précédent ; il tient compte d'une façon plus satisfaisante de l'interaction N-$\bar{N}$ tout en faisant une approximation plus forte en mécanique statistique. Il est fondé sur

la formulation de celle-ci en termes de la matrice S [14], qui permet d'écrire le développement complet du viriel pour un gaz dont les particules intéragissent fortement. Cette formulation suggère en plus que les états liés peuvent être considérés, en première approximation, comme constituant un gaz séparé. Un calcul de la température critique (au deuxième ordre du viriel) a été fait [5, 15]. Il ne constitue qu'une approximation mais ces résultats devraient être qualitativement valables au moins à la fin de la période hadronique, quand les concentrations ne sont pas très élevées. En utilisant les déphasages du modèle théorique [10], la transition de phase est bien trouvée, à une température critique telle que $kT_c \approx 270$ MeV. L'accord entre les résultats des deux méthodes d'approche est remarquable.

Il est donc clair que, si l'existence de la transition de phase dans le corps noir n'est pas démontrée, elle est tout de même fortement suggérée par ce qui précède. Le mécanisme qui vient d'être sommairement décrit pourrait par conséquent être à l'origine des inhomogénéités baryoniques primaires nécessaires dans n'importe quel modèle symétrique [16] pour rendre compte de la distribution fragmentée actuelle de la matière dans l'Univers. Dans le cadre du modèle à l'étude, ces inhomogénéités existent donc vers la fin de l'ère hadronique, constituant une émulsion dont la taille typique est déterminée par la distance que peut parcourir un baryon par diffusion dans le milieu : $L \approx (Dt)^{1/2}$. Le coefficient de diffusion D est difficile à déterminer. Si l'on admet la validité en ordre de grandeur de la théorie cinétique, en dépit des densités élevées à l'époque, on peut l'estimer à $\approx \frac{1}{3} v_{th} \lambda$, où v_{th} est la vitesse thermique ($\approx c$) et λ le libre parcours moyen des hadrons ($\approx 10^{-13}$ cm). Cela donne une taille de quelques 10^{-4} cm et une masse de l'ordre de 10^5 g. A la fin de l'ère d'annihilation qui s'ensuit, il ne reste qu'une fraction de cette masse. Cette fraction est calculable en principe mais sa valeur est entachée d'une grande incertitude. Une estimation grossière donne $\sim 10^{-9}$ et, dans ce cas, la masse de chaque condensation initiale tombe à quelques 10^{-4} g. Pour obtenir des masses de l'ordre de celles des galaxies, il faut donc qu'elles fusionnent en grande quantité.

C'est précisement le mécanisme d'une telle coalescence qui va être examiné par la suite. A vrai dire, l'ère d'annihilation est encore à l'étude. Ce qui se passe pendant cette époque détermine pratiquement la valeur du rapport η entre le nombre de protons et le nombre de photons et est d'autre part capital pour la nucléosynthèse.

III - ETUDE MICROSCOPIQUE DE LA COUCHE D'ANNIHILATION

Nous allons à présent décrire un peu plus en détail l'ère de coalescence [6, 17], qui constitue le principal sujet de cette thèse. Au début de cette époque, l'Univers est rempli par une émulsion dont la densité de matière a été fortement réduite par les effets conjugués de l'annihilation et de l'expansion. Les contours des inhomogénéités restent nonobstant bien définis en raison du faible libre parcours moyen d'annihilation $\lambda_a = (\bar{N}\,\sigma_a)^{-1}$ des nucléons. En effet, l'épaisseur de la couche intermédiaire est de l'ordre de $\sqrt{\lambda_t\,\lambda_a}$, où λ_t est le libre parcours moyen total. Sa valeur est très inférieure à la dimension typique L de l'émulsion.

Par annihilation, une paire nucléon-antinucléon produit surtout des pions, chargés et neutres. Les pions chargés se désintègrent par interaction faible, donnant des neutrinos et des muons (en 10^{-8} sec) Ces derniers produisent de même des électrons (ou positrons) et encore des neutrinos (10^{-6} sec). Les pions neutres se désintègrent par interaction électromagnétique en photons (10^{-16} sec). Ainsi, dans un intervalle de temps de l'ordre de 10^{-6} secondes, l'énergie de la paire se transfère aux neutrinos ($\sim$ 50 %), aux photons ($\sim$ 33 %) et aux électrons et positrons ($\sim$ 17 %). Environ quatre photons et 3,2 électrons (ou positrons) sont produits par annihilation. L'énergie moyenne des photons est de 180 MeV et celle des électrons, de 100 MeV. Leurs distributions ont des maxima à

des énergies bien inférieures, mais la queue de ces distributions est très étendue. Les neutrinos n'interagissent pratiquement plus. Par contre, les autres produits de l'annihilation ont des libres parcours moyens relativement petits et sont thermalisés par l'interaction avec les électrons et photons thermiques du milieu (rappelons que la concentration de ces électrons est, pendant cette période, de l'ordre de la concentration N des nucléons, avec lesquels ils forment un plasma). Les électrons de haute énergie sont arrêtés par les photons thermiques, avec un libre parcours moyen $\lambda \approx (N_\gamma^o \sigma_c)^{-1}$, σ_c étant la section efficace de Compton. Les photons sont arrêtés par les électrons et les photons [collisions Compton, $\lambda \approx (N \sigma_c)^{-1}$ et production de paires] si $kT \leq 100$ eV et par les photons thermiques [par production de paires, $\lambda \approx (N_\gamma^o \sigma_p)^{-1}$] si $kT > 100$ eV. Il y a donc, partant de la couche intermédiaire qu'on peut traiter comme une surface, un flux d'impulsion vers l'intérieur des condensations, donné au point $\vec{x}$ par

$$\vec{J}(\vec{x}) = \frac{m_p}{4\pi} \int \nu \, dS_o \, \frac{\vec{x} - \vec{x}_o}{|\vec{x} - \vec{x}_o|^3} \, e^{-\chi(\vec{x}, \vec{x}_o)} \qquad (1)$$

Ici ν est le nombre d'annihilations par unité de surface et de temps. La fonction χ est le coefficient d'absorption convenablement défini dans chaque cas. Pour les électrons, par exemple :

$$\chi_e \approx \int_{x_o}^{\vec{x}} N_\gamma^o \sigma_c \, d\ell , \qquad (2)$$

l'intégration se faisant selon la ligne droite entre $\vec{x}_o$ et $\vec{x}$.

Le transfert d'impulsion qui en résulte engendre une pression qui, si la surface est courbée, sera différente de chaque côté. Le système plasma plus rayonnement pourra être considéré comme un fluide pour des distances supérieures à λ_o, le libre parcours moyen des photons thermiques ($= c \tau_o = (N \sigma_T)^{-1}$, où σ_T = section efficace de Thomson). A cette échelle, son comportement sera décrit par les équations de l'hydrodynamique [6]. Par contre, pour des distances inférieures à λ_o, une analyse cinétique est indispensable. Elle sera en particulier nécessaire à l'étude des phénomènes de surface.

Nous allons dans les paragraphes suivants examiner l'évidence en faveur de la coalescence, ainsi que décrire les principaux phénomènes physiques sous-jacents. Il est bon peut-être de rappeler ici que cette partie est indépendante de la façon dont sont produites les inhomogénéités primaires et peut être utilisée dans d'autres modèles cosmologiques. La turbulance à petite échelle, ainsi que les effets magnétiques et certains types possibles d'instabilités n'ont pas encore été étudiés en détail. Bien qu'ils puissent jouer un rôle très important, nous croyons qu'ils ne changeront pas nos résultats, à savoir : l'existence de la coalescence et son efficacité pour engendrer des condensations de masse équivalente à celle des galaxies.

IV - CINETIQUE

Les photons de haute énergie produisent, par effet Compton et création de paire (sur les électrons et les photons thermiques), des électrons d'énergie élevée. C'est pourquoi nous nous contenterons ici d'examiner les processus par lesquels l'énergie et l'impulsion des électrons (et positrons) sont transférées au système plasma-rayonnement.

Les électrons provenant de l'annihilation cèdent de l'impulsion et de l'énergie par effet Compton inverse aux photons thermiques, et produisent ainsi une première génération de photons suprathermiques. En moyenne, ces photons (on les appellera rayons X par la suite) auront reçu une grande partie de l'impulsion, mais une fraction petite de l'énergie. Ils auront donc une distribution en impulsion h_o fortement anisotrope. Par collision Compton sur les électrons thermiques, ils cèdent

pratiquement toute leur impulsion (en raison de la symétrie avant-arrière de la section efficace), mais seulement une fraction de leur énergie de l'ordre de $E_\gamma^2 / m_e c^2$. Une seconde génération de rayons X apparaît ainsi, ayant une énergie moyenne un peu inférieure à celle de la première. Le processus se répète, engendrant des générations successives de rayons X et des électrons secondaires, qui emportent l'impulsion. Celle-ci est très rapidement transmise au système plasma-rayonnement, puisque le libre parcours moyen des électrons secondaires est très petit.

Après un certain nombre de générations (qui peut être grand), les X apparaissent comme des photons quasi-termiques : ils ont une énergie de l'ordre de kT et une distribution légèrement anisotrope.

Ce processus de thermalisation peut être décrit par la technique des groupes bien connue en neutronique. Celle-ci consiste à écrire une série d'équations de Boltzmann pour les distribution $h_0, h_1, \ldots, h_i, \ldots$ des générations successives de rayons X, chacune avec un terme de source donné par la génération antérieure :

$$\frac{\partial h_o}{\partial t} + c\,\vec{\Omega}\cdot\nabla h_o = c\,K - \frac{h_o}{\tau_o} \qquad (3)$$

. . . . . .

$$\frac{\partial h_i}{\partial t} + c\,\vec{\Omega}\cdot\nabla h_i = \frac{\langle h_{i-1}\rangle}{\tau_o} - \frac{h_i}{\tau_o}$$

. . . . . .

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c\,\vec{\Omega}\cdot\nabla f + \vec{F}\cdot\nabla_p f = \qquad (4)$$

$$= c\int d^3 v \int d\hat{\Omega}\,\sigma_T(\hat{\Omega})\,[f_e(\vec{v}')\,f(\vec{p}') - f_e(\vec{v})\,f(\vec{p})] + K_o$$

Ici, $\vec{\Omega} = \frac{\vec{p}}{p}$. La source K des photons de haute énergie est liée au flux d'impulsion $\vec{J}$ de l'équation (1) par

$$\int K(\vec{x}, \vec{p})\, \vec{p}\, d^3 p = \frac{\vec{J}}{\lambda} \qquad (5)$$

La force $\vec{F}$ tient compte du transfert d'impulsion aux photons thermiques par les électrons suprathermiques. Pour les besoins du calcul, la distribution f_e des électrons est supposée très piquée et l'équation (4) s'écrit

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c\vec{\Omega} \cdot \nabla f + \vec{F} \cdot \nabla_p f = c N \int d\hat{\Omega}\, \sigma_T (\hat{\Omega}) \left[f(\vec{p}') - f(\vec{p}) \right] + K_o \qquad (6)$$

Finalement, la distribution f des photons quasi-thermiques peut être mise, dans une approximation linéaire, sous la forme

$$f(\vec{x}, \vec{p}) = f_o (\vec{x}, p)\left[1 + \alpha(\vec{x}, p) + \Omega_i \beta_i (\vec{x}, p) + (\Omega_i \Omega_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}) \gamma_{ij} (\vec{x}, p)\right] \qquad (7)$$

où f_o est la distribution thermique locale et α, β, γ sont des coefficients d'anisotropie.

Une analyse détaillée du système d'équations de Boltzmann est, en général, difficile. Elle peut être faite néanmoins [17] dans le cas d'une surface plane et d'une densité constante, donnant des résultats auxquels on pourrait s'attendre intuitivement. Pour kT $\gtrsim$ 100 eV, la première génération des X perd presque toute son énergie dès la première collision (le nombre de générations à considérer est très petit). Il en résulte que la source d'énergie $H_o = \int K_o\, c\, p\, d^3 p$ est bien localisée sur la surface et peut être écrite

$$H_o = - c \nabla \cdot \vec{J} \qquad (8)$$

Par contre, si kT $\lesssim$ 100 eV, la production de paires n'est plus efficace ; un grand nombre de collisions est nécessaire à la thermalisation et les X distribuent leur énergie uniformément dans le milieu. La force $\vec{F}$ se trouve être alors donnée par

$$\vec{F} = \frac{\xi}{N_\gamma^o} \frac{\vec{J}}{\Lambda} \qquad (9)$$

où ξ est la fraction de l'impulsion des électrons secondaires transmise aux photons thermiques (le restant étant cédé directement au plasma) et $\Lambda = \max(\lambda, \lambda_o)$. L'effet des produits d'annihilation s'étend sur une distance de l'ordre du plus grand des libres parcours moyens λ et λ_o.

V - HYDRODYNAMIQUE

Pour des distances supérieures à λ_o, le système plasma - rayonnement est un fluide (de densité $\rho = \rho_m + \rho_r = N_r p + \frac{E_o}{c^2}$ et de pression $p \approx \frac{E_o}{3}$) qui se meut avec une certaine vitesse $\vec{v}$. Il s'agit pour nous d'obtenir les équations régissant ses mouvements.

En ce qui concerne le rayonnement, les équations hydrodynamiques peuvent être obtenues par la technique usuelle : intégration dans l'espace des impulsions de l'équation (6) multipliée respectivement par pc, p_i et pc $(\Omega_i \Omega_j - \frac{1}{3}\delta_{ij})$. Il est plus simple, pour calculer des intégrales du terme de collision, de supposer le plasma au repos et de tenir compte de son mouvement par l'intermédiaire d'une force $(N^o_\gamma \tau_D)^{-1} \rho_m \vec{v}$ ajoutée à $\vec{F}$ (τ_D est le temps de "drag" (ou de trainée) $= \frac{3}{4} \frac{\rho_m c^2}{E_o} \tau_o$). On arrive ainsi aux équations suivantes :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + c^2 \nabla \cdot \vec{P} - \frac{c^2 N^o_\gamma}{E_o} \vec{P} \cdot \vec{F} = H_o \qquad (10)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{E}{3}\right) + \frac{2}{15} \frac{\partial}{\partial x_j}(E_o \gamma_{ij}) - N^o_\gamma F_i = -\frac{P_i}{\tau_o} \qquad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(E_o \gamma_{ij}) + \frac{3 c^2}{2}\left[\frac{\partial P_j}{\partial x_i} + \frac{\partial P_i}{\partial x} - \frac{2}{3}\delta_{ij} \nabla \cdot P\right] =$$

$$= \frac{6 N^o_\gamma c^2}{E_o}\left[P_i F_j + P_j F_i - \frac{2}{3}\delta_{ij} \vec{P} \cdot \vec{F}\right] - \frac{9}{10} \frac{E_o}{\tau_o} \gamma_{ij} \qquad (12)$$

Les densités d'énergie (E) et d'impulsion ($\vec{P}$) des photons quasi-thermiques peuvent s'exprimer en fonction de la densité d'énergie des photons thermiques à l'aide des valeurs moyennes des paramètres d'anisotropie,

$$E = E_o (1 + \bar{\alpha}) \tag{13}$$

$$P = \frac{E_o}{3c} \vec{\beta} \tag{14}$$

De l'équation (12) on peut déduire la viscosité des photons dans le plasma [18] :

$$\eta = \frac{8}{27} \frac{\lambda_o E_o}{c} \tag{15}$$

Cette viscosité est grande et implique un nombre de Reynolds $R = \frac{\rho v L}{\eta}$ petit, ce qui écarte la possibilité de macroturbulences dans le système.

L'équation du mouvement pour le plasma contient, en plus du terme de gradient de pression, les réactions aux forces de l'équation (11) et l'effet des électrons secondaires :

$$\rho_m \frac{d\vec{v}}{dt} = - \nabla p_m + \frac{\vec{P}}{\tau_o} - \frac{\rho_m \vec{v}}{\tau_D} + (1 - \xi) \frac{\vec{J}}{\Lambda} \tag{16}$$

La pression P_m sera négligeable devant $E_o/3$ pendant toute la période de coalescence Si l'on néglige les termes du deuxième ordre, on peut obtenir l'équation du mouvement pour le fluide global :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = - \nabla \left(\frac{E_o}{3}\right) + \frac{\vec{J}}{\Lambda} + \eta \left[\Delta \vec{v} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla . \vec{v}) \right] \tag{17}$$

(A noter que $\vec{P} = \frac{4}{3} \frac{E_o}{c^2} \vec{v} - \frac{D}{c^2} \nabla E_o$ dans cette approximation).

De même, en utilisant (8), l'équation (10) devient

$$\frac{\partial E_o}{\partial t} + \nabla (\vec{J} c - D \nabla E_o + \frac{4}{3} E_o \vec{v}) = 0 \qquad (18)$$

Ces deux dernières équations, avec l'équation de continuité

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla . (N \vec{v}) = 0 \qquad (19)$$

décrivent macroscopiquement le système global. Elles ont été utilisées par Omnès [6] pour étudier le comportement général de l'émulsion, avec les résultats suivants :

(1) sauf dans les cas de formes géométriques très particulières, il n'y a pas de solution hydrostatique ;

(2) le transfert d'impulsion par les produits de l'annihilation est compensé par le gradient de pression radiative ; l'effet dominant est donc l'échauffement ;

(3) la conduction thermique est un effet de deuxième ordre ; le transfert d'énergie se fait par convection ;

(4) au moins en ce qui concerne le rayonnement, le mouvement est essentiellement incompressible ;

(5) le cas de deux sphères de matière plongées dans l'antimatière a été considéré en détail ; ce qui se passe alors est très suggestif : les sphères se repoussent en général, sauf si leur distance relative est inférieure à Λ, auquel cas elles fusionnent.

Si l'on se permet de généraliser cet exemple, on dira que deux condensations de matière, ou bien fusionnent, ou bien restent éloignées

d'une distance supérieure ou égale à Λ. La région intermédiaire sera remplie d'antimatière, pour laquelle la même tendance se vérifie. Le système tendra donc à des conditions dans lesquelles la taille moyenne L est supérieure à ou de l'ordre de Λ .

Nous allons voir maintenant que les effets de surface conduisent à une coalescence plus rapide, qui n'est pas limitée par la valeur de Λ .

VI - PHENOMENES DE SURFACE

Pour nous faire une idée de ce qui se passe avec la pression au voisinage de la surface, supposons une sphère d'antimatière de rayon R plongée dans la matière. Les produits d'annihilation s'étendent grosso modo entre deux sphères concentriques de rayons $R-\Lambda$ et $R+\Lambda$ (on suppose $\Lambda \ll R$). Si le flux d'impulsion est J_o sur la surface frontière, les pressions sur ces deux sphères seront respectivement $\frac{R^2 J_o}{(R-\Lambda)^2}$ et $\frac{R^2 J_o}{(R+\Lambda)^2}$. Ainsi, il existe une différence de pression entre les deux côtés, donnée par :

$$[P] = \frac{4 J_o \Lambda}{R} \qquad (20)$$

Ce raisonnement simple reste valable dans le cas de surfaces plus compliquées (à des facteurs numériques près) si R y est remplacé par le rayon moyen de courbure , $\frac{2}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. En effet, un examen beaucoup plus détaillé [17] de la question, utilisant les équations cinétiques dans la couche d'annihilation, conduit à cette même expression à un facteur $\frac{1}{3}$ près.

Cette forme de la discontinuité de pression est très intéressante : c'est l'expression que donne la formule de Laplace-Kelvin comme conséquence d'une tension superficielle dont le coefficient serait

$$\alpha = \frac{2}{3} J_o \Lambda \tag{21}$$

Elle suggère donc que l'aire de la surface de séparation matière-antimatière doit tendre vers une valeur minimale. Comme le système remplit tout l'espace, la longueur typique L doit donc croître.

Le flux J_o est donné en fonction de la vitesse du plasma à la surface par

$$J_o = (\rho_m v)_o c \tag{22}$$

Le taux d'annihilation ν, pour sa part, est

$$\nu = (Nv)_o \tag{23}$$

Il peut être estimé à l'aide de l'équation du mouvement (17). Pour une surface plane, le calcul peut être fait de façon complète et on trouve

$$\nu = \frac{N v_s}{\sqrt{4\pi}} \left[\frac{3}{4} \frac{\rho_m c^2}{E_o} \frac{\lambda_o}{ct} \right]^{1/2}, \tag{24}$$

v_s étant la vitesse du son dans le plasma en l'absence du rayonnement.

VII - COALESCENCE

Nous avons déjà vu deux arguments en faveur de l'existence d'un phénomène de coalescence dans l'émulsion : la forme de la discontinuité de pression et l'exemple des deux sphères. Il existe un autre argument qualitatif fondé sur des considérations thermodynamiques (dû à de Gennes et Blandin). Le sous-système σ formé par les photons et électrons non thermalisés est hors d'équilibre. Son énergie libre doit donc décroître. Si l'on suppose que le système plasma-rayonnement se comporte comme un thermostat (ce qui ne peut être vrai que de manière approximative), l'énergie libre s'écrit :

$$F_\sigma = E_\sigma - TS_\sigma \tag{25}$$

et est positive : le système étant constitué de particules d'énergie élevée, $E_\sigma > TS_\sigma$. D'autre part, le nombre total de ces particules est proportionnel à la surface d'annihilation S et, par conséquent :

$$F_\sigma = A\,S \tag{26}$$

On en tire la conclusion que S doit décroître. A noter que cette dernière formule a exactement la forme d'une énergie libre de tension de surface. Une autre indication vient du fait suivant : si le fluide est supposé incompressible (ce qui n'est vrai que pour le rayonnement) et de densité homogène, on peut montrer rigoureusement que $\vec{v} = 0$ (ce qui signifie que $\frac{dS}{dt} = -2\int_S \frac{\vec{v}.\vec{n}}{R}\, dS = 0$ aussi) implique $\frac{d^2 S}{dt^2} \geq 0$. L'égalité n'est vraie que si la courbure R est constante dans l'espace.

Tous ces arguments ne prouvent pas l'existence de la coalescence mais constituent une évidence assez considérable en sa faveur. Nous allons maintenant esquisser ce qui nous semble être une démonstration sans aucune hypothèse douteuse. En effet, on peut non seulement

montrer que la longueur typique de l'émulsion L est une fonction croissante du temps mais donner explicitement cette dépendance.

Pour ce faire, on utilise une méthode qui pourra encore trouver d'autres applications dans l'avenir : prendre des moyennes sur un grand volume V, fixé, de l'émulsion. A noter que, si S est la surface totale de séparation matière-antimatière à l'intérieur de V, la taille moyenne sera bien caractérisée par

$$L = \frac{V}{S} \tag{27}$$

Dans le cas qui nous intéresse, on moyenne sur V l'équation du mouvement du fluide global (17) multipliée par $\vec{v}$. On arrive ainsi à :

$$\frac{1}{2}\rho\frac{d}{dt}\langle v^2\rangle = -\frac{\alpha}{V}\frac{dS}{dt} - \eta\left[\frac{1}{2}\langle(\mathrm{rot}\,\vec{v})^2\rangle + \frac{4}{3}\langle(\nabla.\vec{v})^2\rangle\right] \tag{28}$$

Le premier terme du second membre mérite peut-être une explication : il vient des termes en gradient de pression et en J de l'équation d'Euler, qui se compensent partout sauf tout près de la surface [6], où $\nabla p \approx -\frac{2\alpha}{R}\frac{\vec{n}}{\Lambda}$. Le terme de viscosité est négligé dans une première approximation, qu'on vérifie être très bonne a posteriori. En utilisant l'équation (27) et $\langle v^2\rangle = \dot{L}^2$, on est amené à l'équation

$$L = \frac{\alpha(t)}{\rho(t)}\frac{1}{L^2} \tag{29}$$

De par les équations (21 - 24), on connaît parfaitement la forme de $\alpha(t)$. Quant à $\rho(t)$, sa variation est due à l'expansion. Dans le cadre du modèle considéré,

$$\rho = \rho_i \left(\frac{t}{t_i}\right)^{-2} \tag{30}$$

(l'indice indique la valeur initiale).

Dans ce cas, l'équation (29) a une solution qui est

$$L = L_i \left(\frac{t}{t_i}\right)^{17/12} \tag{31}$$

Il est important de noter que l'expansion joue un rôle fondamental. En effet, si on la néglige, l'équation (29) n'a pas de solution monomiale du type (31). Nous avons supposé encore, en écrivant l'expression (30) pour la densité totale, qu'on reste dans la période radiative ($\rho \approx \rho_r$), ce qui peut ne pas être le cas à la fin de l'ère de coalescence. Nous n'avons pas tenu compte des effets d'ionisation causés par les particules très énergétiques, qui pouvaient la prolonger. Quand la densité de matière devient importante devant celle du rayonnement, ρ passe à une dépendance en $t^{-3/2}$, et L devient proportionnel à $t^{5/4}$. L'équation (31) peut encore s'écrire sous la forme simple

$$L^3 = \frac{16}{5} \frac{\alpha(t)}{\rho(t)} t^2 \tag{32}$$

Oublions pour un instant les incertitudes sur les époques initiale et finale de l'ère de coalescence et calculons la valeur moyenne des masses mises en jeu à l'aide de l'équation (32). Tout d'abord, il faudrait calculer le volume moyen d'une condensation, ce qui est difficile à cause de sa forme complexe. On peut néanmoins montrer [17] qu'une bonne estimation est $V_c = 8\pi L^3$. Les masses rassemblées seront de l'ordre de celles des condensations à la fin de la période,

$$M_G \approx \rho_m V_c$$

Pour effectuer le calcul, on a besoin de la valeur de η (rapport du nombre de protons au nombre de photons). Si $\eta = 10^{-8}$, on trouve

$$M_G \approx 10^{43} \text{ g}$$

C'est un résultat impressionnant, bien que sujet aux réserves faites plus haut. Il exhibe clairement l'efficacité du processus pour agglutiner de grandes masses.

L'équation (32) permet d'évaluer les pertes par annihilation pendant la coalescence. D'après la définition de ν , on doit avoir $dN = -\frac{\nu}{L}dt$. Un calcul numérique simple montre que les pertes sont insignifiantes, ce qui justifie l'utilisation de l'équation de continuité (19). Ceci entraîne de plus que le rapport η est constant durant cette période et reste égal à ce qu'il était à la fin de l'ère d'annihilation.

VIII - CONCLUSION

Il apparaît que, dans le modèle symétrique, un certain nombre de caractéristiques cosmologiques importantes sont déterminées pendant la période de coalescence. Outre la masse des galaxies, on peut concevoir que leur nombre et (pourquoi pas ?) leur moment angulaire puissent éventuellement être tirés d'une étude détaillée des propriétés statistiques de l'émulsion. Bien d'autres choses pourraient résulter d'une telle étude. Pour ne citer qu'un exemple : en supposant que les quasars proviennent de condensations dans lesquelles une région de matière est restée enfermée à l'intérieur d'une région d'antimatière (ou vice-versa), le calcul de la probabilité d'existence d'un tel système fournirait une limite supérieure à leur nombre total. Et une telle probabilité, mise en corrélation avec la distribution des tailles possibles, pourrait être mise en correspondance avec la distribution des quasars en fonction du décalage vers le rouge.

Malgré le caractère un peu vague de ces remarques, nous croyons que - l'existence et l'efficacité du phénomène de coalescence étant bien établies - la richesse des possibilités en perspective n'est plus à démontrer.

REFERENCES

(1) H. Bondi, "Cosmology", Cambridge Univ. Press, 1960,

(2) Ya. B. Zeldovich, in Adv. Astron. Astrophys. (ed. Z. Kopal) 3, 241 (1965),

(3) W. Kundt, Springer Tracts in Modern Physics, 47, 111 (1968),

(4) G. Gamow, Phys. Rev. 74, 505 (1948),
Nature, 162, 680 (1948),

R.A. Alpher, H.A. Bethe, G. Gamow, Phys. Rev. 73, 803 (1948),

R.A. Alpher, Phys. Rev. 74, 1577 (1948),

R.A. Alpher, R. Herman, Phys. Rev. 74, 1737 (1948),
Nature, 162, 774 (1948),
Phys. Rev. 75, 1089 (1949),
Rev. Mod. Phys. 22, 153 (1950),
Phys. Rev. 84, 60 (1951),
Annual Rev. Nucl. Sci. 2, 1953),

R.A. Alpher, R. Herman, G. Gamow, Phys. Rev. 74, 1198 (1948),
Phys. Rev. 75, 701 (1949),
Phys. Rev. 75, 322 (1949),

R.A. Alpher, J.W. Follin, R. Herman, Phys. Rev. 92, 1347 (1953),

R.A. Alpher, G. Gamow, R. Herman, Proc. Nat. Acad. Sci. 58, 2179 (1967),

(5) R. Omnès, Phys. Rev. Letters, 23, 38 (1969),
Annales de Physique, 4, 515 (1969),
Phys. Rev. Comments and Addenda D1, 273 (1970)
Astron. Astroph. 10, 228 (1971),
Physics Reports 3C, 1 (1972),

(6) R. Omnès, Astron. Astroph. 11, 450 (1971),
Astron. Astroph. 15, 275 (1971),

(7) O. Klein, in "La Structure et l'Evolution de l'Univers" (éd I. Prigogine), Solvay Meeting (R. Stoops, Bruxelles, 1958), Nature 211, 1337 (1966),

H. Alfvén, O. Klein, Arkiv Fysik 23, 187 (1962),

H. Alfvén, Rev. Mod. Phys. 37, 652 (1965),

M. Goldhaber, Science 124, 218 (1956),

(8) E. R. Harrison, Mémoires Soc. Roy. Sciences de Liège, 15, 15 (1967)
Phys. Rev. Letters, 18, 1011 (1967),
Physics Today, 21, 3 (1968),

(9) Voir, par exemple, R. Omnès, M. Froissart "Mandelstam Theory and Regge Poles", Benjamin, 1963,

(10) R. Aldrovandi, S. Caser, Nuclear Physics, 39B, 306 (1972), (premier article présenté),

(11) S. Caser, R. Omnès, Physics Lett. 39B, 369 (1972),

(12) D. Ruelle, Phys. Rev. Letters, 27, 1040 (1971),

(13) B. Widom, J.S. Rowlinson, J. Chem. Phys. 52, 1670 (1970), R. Omnès, Phase Transition in Thermal Radiation, LPTHE preprint 72/9,

(14) R. Dashen, S. Ma, H.J. Bernstein, Phys. Rev. 187, 345 (1969),
R. Dashen, S. Ma, J. Math Phys. 12, 689 (1971),

(15) R. Aldrovandi, S. Caser, Nuclear Physics, B 38, 593 (1972), (deuxième article présenté),

(16) E. R. Harrison, Phys. Rev. 167, 1170 (1968),

(17) R. Aldrovandi, S. Caser, R. Omnès, J.L. Puget, à paraître, (troisième article présenté),

(18) H. Sato, T. Matsuda, H. Takeda, Prog. Theor. Phys. (supp.) 49, 11 (1971).